Lineaire Algebra en Vector Analyse (GEO2-1201)

4 februari 2010, 13:00-16:00

Herkansing Deel 2

Toon ook de tussenstappen.

1. De matrix M is gegeven als

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

   (a) Bereken de eigenwaarden en eigenvectoren van M.

   (b) Geef een diagonaalmatrix van eigenwaarden, D, en de bijbehorende matrix van eigenvectoren, C. Wat is de relatie tussen M, C en D?

2. (a) Een punt is gegeven in het Cartesisch coördinatenstelsel (x, y, z) als $(4, -4, 4\sqrt{6})$.
   Geef de coördinaten van het punt in het cilindrisch coördinatenstelsel (r, θ, z) en het sferisch coördinatenstelsel (r, θ, ϕ).
   Geef ook een schets waarin de hoeken van het sferisch coördinatenstelsel aangegeven zijn.

   (b) Bereken(!) het volume van een bol met straal a.

3. Bereken de dubbele integraal

$$\int\int_A (2x - 3y)dxdy$$

   waarbij A de driehoek is met hoekpunten $(0, 0)$, $(1, 1)$ en $(2, 0)$.

4. (a) Bereken $\nabla\phi$ en $\nabla^2\phi$ van het scalarveld ϕ:

$$\phi = xyz(x^2 - 2y^2 + z^2)$$

   (b) Bereken $\nabla \cdot \mathbf{V}$ en $\nabla \times \mathbf{V}$ met

$$\mathbf{V} = \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}\mathbf{i} + \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}\mathbf{j} + \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}\mathbf{k}$$

5. (a) Geef de stelling van Gauss (het divergentie theorema) en de stelling van Stokes.

   (b) Bereken $\int\int \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, d\sigma$ over het oppervlak van een kubus met vier van de hoekpunten op $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, en $(0, 0, 1)$ waarbij $\mathbf{F} = x^2\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$.